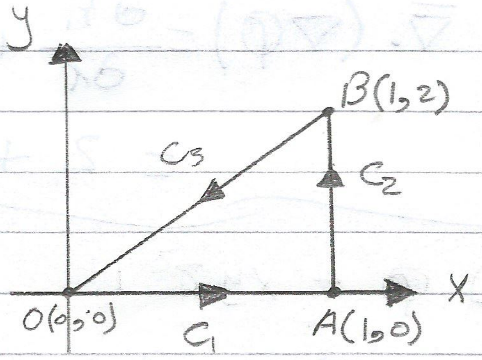
Lecture

Line integral التكامل الخطي :-

$\oint_c \rightarrow$ معناها تكامل منحنى مغلق

ex. $\oint_c x^2 y\,dx + x\,dy$



$C_1 : I_1 : y = 0 \; , \; dy = 0$

$$I_1 = \int_{c_1} x^2 (0)\,dx + x(0) = 0$$

$C_2 : I_2 : x = 1 \; , \; dx = 0$

$$I_2 = \int_{c_2} (1)^2 y(0) + (1)dy = \int_0^2 dy = y\Big|_0^2 = 2$$

$C_3 : I_3 : \frac{y}{x} = \frac{2}{1} \quad \therefore y = 2x \; , \; \frac{dy}{dx} = 2 \quad \therefore dy = 2dx$

$$I_3 = \int_{c_3} x^2 (2x)\,dx + x(2\,dx) = \int_1^0 2x^3\,dx + 2x\,dx$$

$$= 2\left(\frac{x^4}{4}\right)\Big|_1^0 + 2\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^0 = \frac{-3}{2}$$

$$\therefore \oint_c x^2 y\,dx + x\,dy = I_1 + I_2 + I_3 = 0 + 2 - \frac{3}{2}$$
$$= \frac{1}{2}$$

$$I = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_c (F_1 \vec{i} + F_2 \vec{j}) \cdot (dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j})$$

$$= \int_c F_1\,dx + F_2\,dy$$

If $\vec{F} = \vec{\nabla} \phi \rightarrow$ الجهد الكهربي

$$\therefore F_1 \vec{i} + F_2 \vec{j} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \vec{j}$$

$$\therefore F_1 = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad , \quad F_2 = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$\therefore I = \int_c \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy$$

$$= \int_c d\phi = \phi \Big|_{(x_1, y_1)}^{(x_2, y_2)}$$

total differentiation

ويحدث عندما تتغير الدالة بتغير كل من x و y معاً

If ϕ is a good behaving function :-

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$$

Condition :- $\frac{\partial F_1}{\partial y} = \frac{\partial F_2}{\partial x}$

ملحوظة :-

لما تفاضلها بالنسبة لـ x مرة وبالنسبة لـ y مرة بعد كده ~~و~~ تعكس مرة لـ y
وبعد كده x تلاقي نفسك بتطلع نفس النواتج

Evaluate : $\int x y^2 dx + x\, dy$

$\int F_1\, dx + F_2\, dy$

This is not a conservative function because if you differentiate F_1 for y Then F_2 for x won't be The same

Evaluate $\int 2xy\, dx + (x^2 + y^2)\, dy$

It's conservative because $\frac{\partial F_1}{\partial y} = \frac{\partial F_2}{\partial x}$

$\int 2xy\, dx + x^2 dy + y^2 dy$

We will create the total differention out of the first two terms

$$F_1 = \frac{\partial \phi}{\partial x} = 2xy \quad , \quad F_2 = \frac{\partial \phi}{\partial y} = x^2$$

$$\phi = x^2 y + f_1(y) \qquad \phi = x^2 y + F_2(x)$$

ثابت ← ثابت

يساوي صفر لعدم وجود داله في (فقط الناحيتين)

يساوي صفر لعدم وجود داله في X فقط في الناحيتين

$$\phi = x^2 y$$

$$\int d(x^2 y) + d\left(\frac{y^3}{3}\right) = \int d\left(x^2 y + \frac{y^3}{3}\right)$$

$$= x^2 y + \frac{y^3}{3} \Big|_{(1,0)}^{(0,1)}$$

جبناها من الرسمه (نقطه البدايه و النهايه)

الثابت يعتبر داله في (y) لانه احنا بنكامل بالنسبه لـ X فيبقى الـ(y) هو الثابت